SỞ GIÁO DỤC-ĐÀO TẠO BẾN TRE

-----~~~-----

BẢN MÔ TẢ SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

Đề tài

TẠO LẬP THƯ VIỆN ĐỀ THI TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN THPT

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM

Độc lập – Tự do – Hạnh phúc

MÔ TẢ SÁNG KIẾN

Mã số (do thường trực HĐ ghi) ………………

I. Tên sáng kiến: TẠO LẬP THƯ VIỆN ĐỀ THI TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN THPT.

II. Lĩnh vực áp dụng sáng kiến: Giảng dạy môn Toán.

III. Mô tả bản chất của sáng kiến:

1. Tình trạng giải pháp đã biết:

Trong kỳ thi THPT Quốc gia năm học 2016-2017 môn toán sẽ được thi bằng hình thức TNKQ , vấn đề nầy làm cho GV và học sinh không ít lo lắng. Về phía GV phải suy nghĩ dạy như thế nào để các em làm chủ được kiến thức, kĩ năng đáp ứng tốt với hình thức thi TNKQ. Một vấn đề mà bất kỳ thầy, cô giáo nào dạy môn toán cũng nghĩ đến là phải xây dựng cho mình một thư viện câu hỏi trắc nghiệm môn toán, để làm được điều nầy nhiều GV đã sưu tầm các câu hỏi từ nhiều nguồn như các sách tham khảo, các tài liệu trên mạng cũng có rất nhiều nhưng độ tin cậy không cao, chưa nói đến việc các câu hỏi ấy có chuẩn hay chưa mà việc tính sai kết quả là rất lớn. Bởi vì đa số những người soạn đều tính toán thủ công nên việc sai sót là khó tránh khỏi. Mặt khác làm sao tạo ra được một số lượng khá lớn các câu hỏi cùng dạng để bỏ vào thư viện một cách nhanh nhất với độ chính xác gần như tuyệt đối. Để giải quyết vấn đề nầy tôi đã ứng dụng các phần mềm toán như: Maple, Mathematica, GeoGebra, mỗi phần mềm nầy đều có các thế mạnh khác nhau: Maple và Mathematica mạnh về Đại số và Giải tích còn GeoGebra mạnh về hình học. Để sáng tác ra hàng loạt các câu hỏi cùng dạng ta chỉ cần thể hiện ý tưởng qua một đoạn lập trình ngắn vài hàng và sau đó mỗi lần sửa số liệu và nhấn Enter sẽ được một câu với đáp số chính xác.

Qua kinh nghiệm của bản thân khi lập thư viện câu hỏi trắc nghiệm môn toán tôi thấy rằng nếu các thầy, cô giáo biết sử dụng các phần mềm toán như trên thì công việc sáng tạo các câu hỏi trắc nghiệm để rèn luyện kỹ năng cho học sinh là việc làm lý thú và sáng tạo. Nhiệm vụ của GV là phải dạy cho HS biết giải bài toán bằng tự luận, biết chọn nhanh kết quả của câu hỏi trắc nghiệm (thành thạo sử dụng máy tính bỏ túi) và cuối cùng phải biết sáng tạo hệ thống câu hỏi trắc nghiệm nhanh và chính xác. Các bài viết trong SKKN nầy đã được đăng trên báo giáo dục thời đại và kỷ yếu hội thảo khu vực Đồng bằng sông Cửu Long.

2. Nội dung giải pháp đề nghị công nhận là sáng kiến:

Nội dung của giải pháp đề cập đến phương pháp ứng dụng 3 phần mềm: Maple, GeoGebra, Mathematica để sáng tác đề thi trắc nghiệm môn toán. Trong SKKN nầy tác giả cũng chỉ ra những dạng toán mà HS có thể giải nhanh bằng máy tính bỏ túi.

* Sau đây là các minh họa cho việc ứng dụng các phần mềm trên để sáng tác các câu hỏi trắc nghiệm môn toán.

Vấn đề 1: Ứng dụng Maple sáng tác một dạng toán về tiếp tuyến.

Giải

PT y = 0 $\Leftrightarrow x^2 - x + m = 0 \quad (1)$

(C) cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 1 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4} \quad (2)$

Gọi $M_1(x_1; 0), M_2(x_2; 0)$ là các giao điểm của (C) với trục Ox.

Ta có x_1, x_2 là nghiệm pt (1) nên ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1x_2 = m \\ x_1^2 - x_1 + m = 0 \\ x_2^2 - x_2 + m = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 1 - 2m \end{cases} \quad (3)$

$$f'(x) = \frac{(2x-1)\cdot(x^2+2x+2) - (2x+2)\cdot(x^2-x+m)}{(x^2+2x+2)^2}$$

Vậy $f'(x_1) = \dfrac{(2x_1-1)\cdot(x_1^2+2x_1+2) - (2x_1+2)\cdot(x_1^2-x_1+m)}{(x_1^2+2x_1+2)^2}$

Do $x_1^2 - x_1 + m = 0$ nên ta có: $f'(x_1) = \dfrac{2x_1-1}{x_1^2+2x_1+2}$; tương tự ta có: $f'(x_2) = \dfrac{2x_2-1}{x_2^2+2x_2+2}$.

Hệ số góc của các tiếp tuyến tại M_1, M_2 là : $k_1 = f'(x_1), k_2 = f'(x_2)$.

Các tiếp tuyến này vuông góc nhau $\Leftrightarrow f'(x_1).f'(x_2) = -1$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2x_1-1}{x_1^2+2x_1+2}\right)\cdot\left(\frac{2x_2-1}{x_2^2+2x_2+2}\right) = -1 \quad (4)$$

Ta có:

* $(2x_1-1)\cdot(2x_2-1)=4x_1\cdot x_2-2(x_1+x_2)+1=4m-1.$

* $(x_1^2+2x_1+2)\cdot(x_2^2+2x_2+2)=x_1^2\cdot x_2^2+2x_1\cdot x_2(x_1+x_2)+2(x_1^2+x_2^2)+4(x_1+x_2)+4x_1\cdot x_2+4$

$=m^2+2m+2(1-2m)+4m+4+4=m^2+2m+10$

Vậy (4) $\Leftrightarrow \dfrac{4m-1}{m^2+2m+10}=-1 \Leftrightarrow m^2+6m+9=0 \Leftrightarrow m=-3$

Vậy kết quả: $m=-3$

Nhận xét:

Bài toán trên là một bài toán khó nếu giải theo phương pháp tự luận nhưng khi chuyển nó thành câu hỏi trắc nghiệm thì việc tìm ra đáp số không phải là việc làm quá khó, vì trong câu hỏi trắc nghiệm đã có các phương án để ta chọn lựa.

Câu 25. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+m}{x^2+2x+2}$. Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt và tiếp tuyến của đồ thị tại 2 điểm ấy vuông góc.

A. $m=3$ B. $m=-3$ C. $m=4$ D. $m=-4$

Giải

Trước hết ta thấy để pt y = 0 có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta=1-4m>0 \Leftrightarrow m<\dfrac{1}{4}$

Vậy ta loại A và C. Vậy chỉ cần kiểm tra B và D.

* Kiểm tra B như sau:

Với m = -3 thì PT y = 0 $\Leftrightarrow x^2-x-3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{13}}{2} \vee x=\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}$

Vậy chỉ cần kiểm tra xem $f'\left(\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}\right)\cdot f'\left(\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}\right)$ có bằng - 1 hay không ?

Nếu thỏa mãn thì m = -3 là đáp số.

Dùng máy tính CASIO nhập: $\dfrac{(2x-1)\cdot(x^2+2x+2)-(2x+2)\cdot(x^2-x+y)}{(x^2+2x+2)^2}$ (Ở đây y = m)

CALC với $x=\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}, y=-3$ ta được 0.3027756377 ta gán cho A.

CALC với $x=\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}, y=-3$ ta được -3.302775633 ta gán cho B.

Nhấn AC rồi tính $A\cdot B$ được kết quả là - 1. Vậy chọn B.

*** Phương pháp giải câu hỏi dạng trên:**

Bước 1: Tìm đk m để PT y = 0 có 2 nghiệm phân biệt để loại bớt các giá trị m không thỏa mãn.

Bước 2: Giải PT y = 0 với các tham số m còn lại.

Bước 3: Nhập biểu thức f(x) (m nhập là y).

Bước 4: CALC f '(x) với x_1; x_2 và m tương ứng. Nếu các giá trị nầy là các số thập phân thì ta gán cho A và B. Kiểm tra xem A. B có bằng -1 hay không? Nếu có thì giá trị m đang xét thỏa mãn.

Vậy là ta đã dạy cho HS giải câu hỏi trên bằng cách tự luận và cách dùng máy tính CASIO để chọn nhanh đáp án của câu hỏi trắc nghiệm. Vấn đề đặt ra tiếp theo là làm sao sáng tác ra các câu hỏi có dạng như trên một cách nhanh nhất? Tôi dùng phần mềm Maple với đoạn lập trình ngắn như sau:

$restart:$

$f := x \rightarrow \dfrac{x^2-x+m}{x^2+2x+2};$

$a := coeff(numer(f(x)), x, 2) : b := coeff(numer(f(x)), x, 1) : c := coeff(numer(f(x)), x, 0) :$

$dk := \left\{x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}, x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}\right\}:$

$pt := simplify\left(f'(x_1)\cdot f'(x_2)=-1, dk\right);$

$solve\left(\{pt, b^2-4\,a\cdot c>0, a\neq 0\}, m\right);$

Ta nhấn Enter thì được kết quả như thế nầy:

$$x \rightarrow \frac{x^2 - x + m}{x^2 + 2x + 2}$$
$$\frac{4m - 1}{m^2 + 2m + 10} = -1$$
$$\{m = -3\}$$

Kết quả mà Maple tạo ra chỉ có 3 hàng:

- Hàng thứ nhất là hàm số f(x) mà ta nhập vào.
- Hàng thứ hai là: $f'(x_1)f'(x_2) = -1$
- Hàng thứ ba là giá trị m cần tìm (m = -3)

Bây giờ ta chỉ việc thay đổi hàm số f(x) sẽ có 1 câu trắc nghiệm mới.
Bằng cách làm nầy ta tạo ra 30 câu trắc nghiệm cùng loại cho 3 dạng hàm số một cách nhanh chóng mà kết quả tuyệt đối chính xác như sau:

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + m}{x + 2}$. Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt và tiếp tuyến của đồ thị tại 2 điểm ấy vuông góc.
A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = -1$ D. $m = 2$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 2m}{x + 3}$. Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt và tiếp tuyến của đồ thị tại 2 điểm ấy vuông góc.
A. $m = \frac{11}{10}$ B. $m = -\frac{11}{10}$ C. $m = \frac{10}{11}$ D. $m = -\frac{10}{11}$

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - mx + m}{x + 3}$. Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt và tiếp tuyến của đồ thị tại 2 điểm ấy vuông góc.
A. $m = -1$ B. $m = 9$ C. $m = -9$ D. $m = -1; 9$

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - m}$. Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt và tiếp tuyến của đồ thị tại 2 điểm ấy vuông góc.
A. $m = 2 + \sqrt{5}$ B. $m = 2 - \sqrt{5}$ C. $m = 2 \pm \sqrt{5}$ D. $m = 3 - \sqrt{5}$

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + m}{x - 5}$. Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt và tiếp tuyến của đồ thị tại 2 điểm ấy vuông góc.
A. $m = \frac{5}{11}$ B. $m = \frac{11}{5}$ C. $m = -\frac{5}{11}$ D. $m = \frac{5}{11}$

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m}{x - 2}$. Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt và tiếp tuyến của đồ thị tại 2 điểm ấy vuông góc.
A. $m = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$ B. $m = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ C. $m = \frac{3}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{5}$ D. $m = 3$

....

Vấn đề 2.

Dùng phần mềm Mathematica để sáng tác câu hỏi: Xác định tham số m để hàm số đơn điệu trên 1 miền.

Ta dùng Mathematica với đoạn lập trình như sau:

```
Nhap ham so;
f = (x^2 - 2 m*x + 3 m)/(x - 1)
" Dao ham cua ham so: "
g = Simplify[∂x f]
Nhap vao dieu kien;
dk = ForAll[x, 2 < x < 5, g ≤ 0]
Reduce[dk]
```

Đoạn lập trình nầy giải quyết cho ta bài toán sau:

Với giá trị nào của tham số m thì hàm số y = $\frac{x^2-2mx+3m}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng (2; 5).

Khi nhấn Shift-Enter thì được kết quả sau:

$$\frac{3m-2mx+x^2}{-1+x}$$

Dao ham cua ham so:

$$\frac{-m+(-2+x)x}{(-1+x)^2}$$

$$\forall_{x,2<x<5}\ \frac{(-2+x)x-m}{(-1+x)^2}\le 0$$

$$m \ge 15$$

Vậy kết quả bài toán là $m \geq 15$.

Dùng đoạn chương trình nầy ta sáng tác ra 30 câu hỏi sau:

Câu 1. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{x^2+2mx+m+1}{x+1}$ đồng biến trên $(0;\ +\infty)$.

A. $m \geq -1$ B. $m \leq 1$ C. $m \geq 1$ D. $m \leq -1$

Câu 2. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{x^2+(3m+1)x+2m+1}{x+2}$ đồng biến trên $(-1;\ +\infty)$.

A. $m \geq \frac{1}{2}$ B. $m \geq 1$ C. $m \geq \frac{3}{2}$ D. $m \geq 2$

Câu 3. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{-x^2+(2m+3)x+4m+1}{x+1}$ nghịch biến trên $(0;\ +\infty)$.

A. $m \geq 0$ B. $m \geq 1$ C. $m \geq 2$ D. $m \geq 3$

Câu 4. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{-3x^2+(m+3)x+2m+1}{x+1}$ nghịch biến trên $(1;\ +\infty)$.

A. $m \geq -9$ B. $m \geq -10$ C. $m \geq -7$ D. $m \geq -12$

Câu 5. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{x^2+5x+2m+6}{x-m}$ đồng biến trên $(1;\ +\infty)$.

A. $m \leq -\frac{5}{9}$ B. $m \geq -\frac{5}{9}$ C. $m \geq \frac{5}{9}$ D. $m \leq \frac{5}{9}$

Câu 6. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{3x^2+2x+3m+1}{x-2m}$ đồng biến trên $(0;\ +\infty)$.

A. $m \leq \frac{1}{2}$ B. $m \geq -\frac{1}{2}$ C. $m \geq -\frac{1}{7}$ D. $m \leq -\frac{1}{7}$

Câu 7. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{3x^2+2(m+2)x+3m+1}{x-2}$ đồng biến trên $(3;\ +\infty)$.

A. $m \leq \frac{18}{7}$ B. $m \leq -\frac{18}{7}$ C. $m \geq \frac{7}{8}$ D. $m \leq \frac{8}{7}$

....

Vấn đề 3.

Dùng Maple để sáng tác các câu hỏi về số phức.

Trong Maple cho phép ta thực hiện đầy đủ các phép toán về số phức như cộng, trừ, nhân, chia và các phép toán liên quan đến số phức liên hợp. Ta có thể dùng Maple để sáng tác các câu hỏi về số phức. Sau đây là minh họa một số câu hỏi về số phức được sáng tác bằng phần mềm Maple.

Câu 1. Cho số phức $z = (m+1-2i)(2m+3+i)$ với m là tham số thực. Với giá trị nào của m thì z có phần thực bằng 5.

A. $m = 0; m = -\frac{5}{2}$ B. $m = 1; m = \frac{5}{2}$ C. $m = -1; m = \frac{3}{2}$ D. $m = 2; m = -\frac{5}{3}$

Câu 2. Cho số phức $z = (m+3-2i)(3m+3+i)$ với m là tham số thực. Với giá trị nào của m thì z là số thực

A. $m = \frac{3}{5}$ B. $m = -\frac{3}{5}$ C. $m = \frac{5}{3}$ D. $m = -\frac{5}{3}$

Câu 3. Cho số phức $z = (m+3-2i)(m+2+i)$ với m là tham số thực. Với giá trị nào của m thì z có phần thực nhỏ nhất.

A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. $m = -\frac{5}{2}$

Câu 4. Cho số phức $z = (2m+3-2mi)(2+mi)$ với m là tham số thực. Với giá trị nào của m thì z có phần thực và phần ảo bằng nhau.

A. $m = \frac{6}{5}$ B. $m = \frac{5}{6}$ C. $m = -\frac{6}{5}$ D. $m = \frac{6}{5}$

Câu 5. Cho số phức $z = (m+i)(m+2i)$ với m là tham số thực. Với giá trị nào của m thì z có môđun bằng $\sqrt{10}$.

A. $m = \pm 2$ B. $m = \pm 3$ C. $m = \pm 1$ D. $m = \pm 5$

Câu 6. Cho số phức $z = \frac{2m-3i}{5+mi}$. với m là tham số thực. Với giá trị nào của m thì z có phần thực bằng $\frac{7}{26}$.

A. $m = -1, m = -25$ B. $m = 1, m = 25$ C. $m = 2, m = 24$ D. $m = -2, m = -24$

Câu 7. Cho số phức $z = \frac{9m-6+(m^3-4m^2+7m+2)i}{m+2i}$. với m là tham số thực. Với giá trị nào của m thì z là số thực.

A. $m = -1, m = -3$ B. $m = 2, m = 4$ C. $m = 4, m = 5$ D. $m = 1, m = 3$

Câu 8. Cho số phức $z = \frac{m^4-5m^3+6m^2+m-1+(m^3-2m^2+5m-6)i}{m^2-i}$. với m là tham số thực. Với giá trị nào của m thì z là số thuần ảo (z có dạng $z = bi, b \in \mathbb{R}$).

A. $m = -2, m = -3$ B. $m = 2, m = 3$ C. $m = 3, m = 4$ D. $m = 4, m = 5$

Câu 9. Cho số phức $z = \frac{7m+31+(5m-36)i}{6-i} + \frac{16m-3+(3m-37)i}{7-2i}$. với m là tham số thực. Với giá trị nào của m thì z là số thực.

A. $m = 2$ B. $m = 3$ C. $m = 4$ D. $m = 5$

Câu 10. Cho số phức $z = \frac{m^2-2+(m^2+3m+4)i}{m+2i}$. với m là tham số thực. Nếu $z^4 = -1519 + 720i$ thì m có giá trị nào trong các giá trị dưới đây:

A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. $m = 4$

....

Vấn đề 4.

Dùng phần mềm GeoGebra sáng tác các câu hỏi trắc nghiệm trong không gian Oxyz.

GeoGebra cho phép người dùng lập trình rất đơn giản, các câu lệnh đều bằng ngôn ngữ Việt. Sau đây là một minh họa cho việc ứng dụng phần mềm nầy để sáng tạo một bài toán trong không gian Oxyz mà khi ta thay đổi số liệu thì sẽ cho một lời giải mới.

Cho tứ diện SABC biết tọa độ các đỉnh.

Lời giải | Câu 1 | Câu 2 | Câu 3 | Câu 4. | Câu 5. | Câu 6. | Câu 7. | Câu 8.

1) Tính diện tích tam giác ABC.

2) Viết PT mp(ABC), tính d(S,(ABC)).

3) Tính thể tích khối chóp S.ABC.

4) Xác định tọa độ tâm J của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

5) Tính d(SA,BC)

6) Viết PT mp(P) chứa SA và song song BC.

7) Viết PT mặt cầu (S) ngoại tiếp S.ABC.

8) Tìm điểm M : $T = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MS^2$ min.

Nhập tọa độ điểm A (-3, 5, 1)

Nhập tọa độ điểm B (2, 1, 0)

Nhập tọa độ điểm C (0, 4, 0)

Nhập tọa độ điểm S (0, 0, 4)

Với đoạn chương trình nầy ta được các KQ sau:

1) Tính diện tích tam giác ABC :

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right|$$

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right| = \frac{\sqrt{62}}{2}$$

2) Viết PT mp(ABC) và tính d(S,(ABC))

Ta có : $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

Vậy PT (P) : $3x + 2y + 7z = 8$

$$d(S,(ABC)) = \frac{10\sqrt{62}}{31}$$

3) Tính thể tích khối chóp S.ABC

$\overrightarrow{SA} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{SB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{SC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\left[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}\right] = \begin{pmatrix} -17 \\ -18 \\ -13 \end{pmatrix}$ $\left[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}\right].\overrightarrow{SC} = -20$

$$V = \frac{1}{6}.\left|\left[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}\right].\overrightarrow{SC}\right| = \frac{10}{3}\ (đvtt)$$

4) Xác định tâm J của đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

- PT mp(ABC) : $3x + 2y + 7z = 8$ (1)

- PT mặt phẳng trung trực AB : $5x - 4y - z = -15$ (2)

- PT mặt phẳng trung trực AC : $3x - y - z = -9.5$ (3)

Tọa độ điểm J là nghiệm HPT (1), (2), (3)

Kết quả : J $\left(\frac{-74}{31}, \frac{15}{62}, \frac{65}{31}\right)$

5) Tính d(SA, BC)

$\overrightarrow{SA} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\left[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BC}\right] = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\left|\left[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BC}\right]\right| = \sqrt{118}$

$\left|\left[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{AB}\right| = 20$

$$d(SA, BC) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BC}\right]\ \overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BC}\right]\right|} = 20/\sqrt{118}$$

6) Viết pt mp(P) chứa SA và song song BC.

- mp(P) đi qua điểm A(-3, 5, 1) có cặp VTCP là $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$

- Vậy (P) có VTPT là $\left[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BC}\right] = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

- PT của mặt phẳng (P) : $9x + 6y + z = 4$

7) Viết PT mặt cầu (S) ngoại tiếp S.ABC

- PT mặt phẳng trung trực AB : $5x - 4y - z = -15$ (1)

- PT mặt phẳng trung trực AC : $3x - y - z = -9.5$ (2)

- PT mặt phẳng trung trực SA : $6x - 10y + 6z = -19$ (3)

Tọa độ tâm I là nghiệm HPT (1), (2), (3)

Tâm I $\left(\frac{-7}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{131}}{2}$

8) Tìm M : $T = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MS^2$ min

$T = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 + \overrightarrow{MS}^2$

Gọi G là điểm : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GS} = \vec{0}$

Ta có : G $\left(\frac{-1}{4}, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}\right)$

$$T = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GS})^2$$

$$T = 4MG^2 + \underbrace{GA^2 + GB^2 + GC^2 + GS^2}$$

Mà $\underbrace{GA^2 + GB^2 + GC^2 + GS^2}$ không đổi.

Vậy T nhỏ nhất $\iff M \equiv G \left(\frac{-1}{4}, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}\right)$

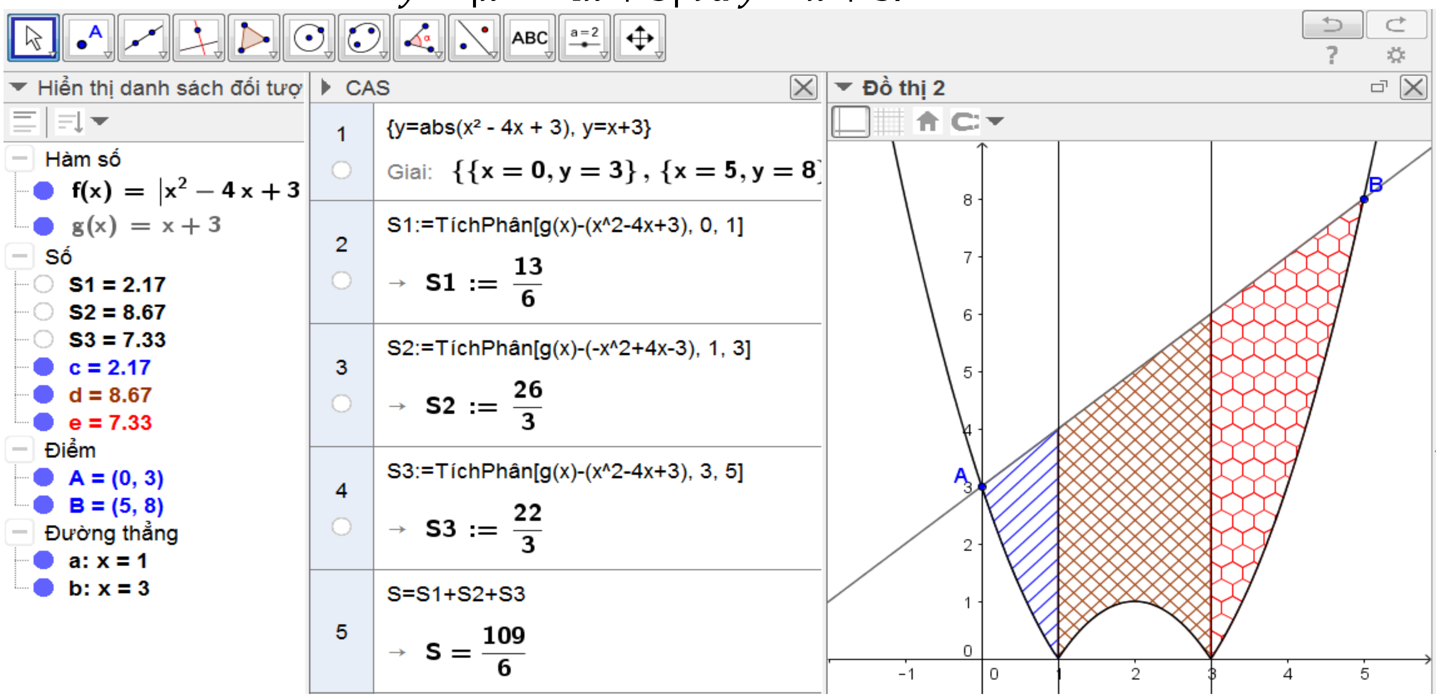
....

Vấn đề 5.
Ứng dụng GeoGebra sáng tác các dạng toán về ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng.

Với khả năng vẽ đồ thị đẹp và tính toán tuyệt vời, GeoGebra cho phép giáo viên sáng tạo các bài toán về diện tích hình phẳng từ đơn giản đến phức tạp một cách nhanh chóng và chính xác.

Ví dụ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:

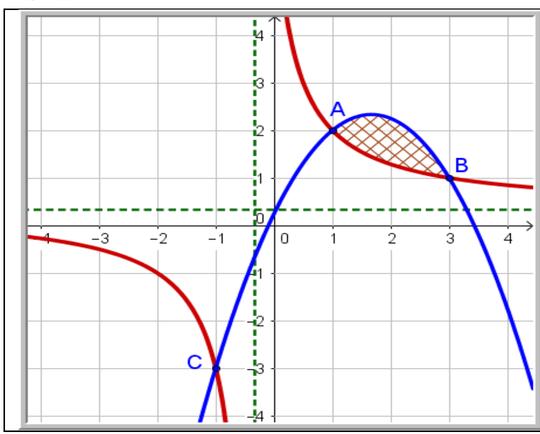
$$y = |x^2 - 4x + 3| \text{ và } y = x + 3.$$



Ví dụ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị:

$$(C): y = f(x) = \frac{x+7}{3x+1}; (P): y = g(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{1}{4}.$$

Giải



$(C) \cap (P) = \{A(1;2); B(3;1); C(-1;-3)\}$

$$S = \int_1^3 [g(x) - f(x)]dx$$

$$\boxed{S = \frac{1}{9}\left[20\ln\left(\frac{2}{5}\right) + 30\right]}$$

Vấn đề 6.
Dùng Mathematica để sáng tác các bài toán về GTLN, GTNN.

Cú pháp :
Maximize[hàm, {đk}, {biến}]
Minimize[hàm, {đk}, {biến}]

Ví dụ 1

$$\text{Minimize}\left[\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}-3\sqrt{(x-1)(3-x)},\ x\right]$$

{-1, {x → 2}}

$$\text{Maximize}\left[\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}-3\sqrt{(x-1)(3-x)},\ x\right]$$

$\{\sqrt{2}, \{x \to 1\}\}$

Ví dụ 2.

$$\text{Minimize}\left[1+\text{Cos}[x]+\frac{1}{2}\text{Cos}[2x]+\frac{1}{3}\text{Cos}[3x],\ x\right]$$

$$\left\{\frac{1}{6},\ \{x \to \pi\}\right\}$$

$$\text{Maximize}\left[1+\text{Cos}[x]+\frac{1}{2}\text{Cos}[2x]+\frac{1}{3}\text{Cos}[3x],\ x\right]$$

$$\left\{\frac{17}{6},\ \{x \to 0\}\right\}$$

Vấn đề 7.
Dùng Mathematica sáng tác các bài toán: Xác định tham số m để phương trình, hệ phương trình có nghiệm.

Các lệnh: Exists , Reduce
Dùng để xác định tham số m để PT, HPT, BPT, hệ BPT có nghiệm:
Exists[*x*, *cond*, *expr*]
Reduce[%, m, Reals]

* Ví dụ 1: Xác định tham số để pt có nghiệm:

```
Exists[x, √(x - 1) - √(5 - x) - √((x - 1) * (5 - x)) == 2 m + 1];
Reduce[%, m, Reals]
```

$-\frac{7}{4} \le m \le \frac{1}{2}$

Ví dụ 2: Xác định m để phương trình sau có nghiệm:

```
Exists[x, √(4 x^2 + 2 x + 1) - √(4 x^2 - 2 x + 1) == 2 m];
Reduce[%, m, Reals]
```

$-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$

Ví dụ 3: Xác định m để HPT sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x + y + x^2 + y^2 = 8 \\ xy(x+1)(y+1) = m \end{cases}$$

```
Exists[{x, y}, x + y + x^2 + y^2 == 8 &&
    x * y (x + 1) (y + 1) == m];
Reduce[%, m, Reals]
```

$-\frac{33}{16} \le m \le 16$

Vấn đề 8.

Chứng minh công thức phương trình đường thẳng đi qua các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số bậc ba. Dùng Maple để ra đề và hướng dẫn học sinh giải bằng máy tính bỏ túi.

Định lý:

Giả sử $(C): y = f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \quad (a \neq 0)$ có CĐ và CT.
Khi đó đường thẳng d qua 2 điểm CĐ, CT có PT:

$$d: y = f(x) - \frac{f'(x).f''(x)}{18a}$$

Chứng minh:

Bằng cách tịnh tiến theo $\overrightarrow{OI}$ với I là điểm uốn của (C),

trong mpIXY ta có $(C) Y := a\cdot X^3 + m\cdot X$.

Vậy chỉ cần chứng minh định lý trên cho $(C): y = f(x) = a\cdot x^3 + m\cdot x$.

Thực hiện phép chia $f(x)$ cho $f'(x)$ ta được:

Phần thương là: $\frac{1}{3}x$

Phần dư là: $\frac{2}{3}mx$

Vậy $(C): y = f(x) = f'(x)\cdot\left(\frac{1}{3}x\right) + \frac{2}{3}m\cdot x.$ (1)

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cực trị của (C) thì ta có:

$$\begin{cases} y_0 = f(x_0) = f'(x_0)\cdot\left(\frac{1}{3}x_0\right) + \frac{2}{3}m\cdot x_0 \\ f'(x_0) = 0 \end{cases} \Rightarrow y_0 = \frac{2}{3}m\cdot x_0$$

Suy ra đường thẳng qua CĐ, CT có pt: $d: y = \frac{2}{3}m\cdot x$ (2)

Từ (1) và (C) suy ra $d: y = f(x) - f'(x)\cdot\left(\frac{1}{3}x\right)$ (3)

Mà $f''(x) = 6a\cdot x \Leftrightarrow \frac{f''(x)}{6a} = x$ (4)

Thay (4) vào (3) được kết quả: $(d): y = \boldsymbol{d: y = f(x) - \frac{f'(x).f''(x)}{18a}}$

Quy trình bấm máy trong CASIO.

Bước 1. Chuyển sang chế độ số phức (Mode 2 CMPLX)

Bước 2: Nhập vào biểu thức $f(x) - \frac{f'(x)\cdot f''(x)}{18}$

Bước 3: CALC với $x = i$

Vấn đề 9.

Phụ lục: Một số kỹ năng sử dụng máy tính bỏ túi trong làm bài trắc nghiệm.

a) Tính giá trị của hàm số: Ta dùng chức năng $\boxed{CALC}$

Giả sử cần tính giá trị của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ tại $x = 5; x = \frac{3}{4}$; ... Ta thực hiện như sau:

+ Nhập vào hàm số $f(x)$.

+ Nhấn phím $\boxed{CALC}$, máy hỏi x ? ta nhập vào số 5 và nhấn phím $\boxed{=}$.

+ Tiếp tục nhấn phím $\boxed{CALC}$ nhập vào số $\frac{3}{4}$ và nhấn phím $\boxed{=}$.

b) Tìm nghiệm của một phương trình bất kỳ: Ta dùng chức năng $\boxed{\boldsymbol{SOLVE}}$

Giả sử cần giải phương trình: $\sqrt{x^2+x+1}+\sqrt{3x+1}=x+3$

+ Ta nhập vào phương trình.

+ Ta nhấn các phím $\boxed{Shift}+\boxed{SOLVE}$

+ Máy yêu cầu nhập vào một giá trị của x, ta nhập vào số 0.

+ Nhấn phím $\boxed{=}$ sẽ được kết quả x = 1.

Chú ý 1: Chức năng $\boxed{SOLVE}$ chỉ tìm một nghiệm trong lân cận của giá trị x mà ta nhập vào. Trong ví dụ trên máy tìm một nghiệm tại lân cận của x = 0 đó là nghiệm x=1. Muốn tìm nghiệm nữa ta thực hiện lại quy trình trên.

Chú ý 2: Khi nhập phương trình ta nên đưa pt đã cho về dạng $f(x)=0$, rồi nhập vào f(x) mà thôi, sau đó nhấn phím $\boxed{=}$ **.** Việc làm nầy làm cho máy nhớ biểu thức $f(x)$ giúp ta không phải nhập lại $f(x)$ nhiều lần.

c) Dủng chức năng bảng $\boxed{\boldsymbol{TABLE}}$**:**

Chức năng Table dùng để tính giá trị của hàm số $f(x)$ tại nhiều giá trị:

Ví dụ: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+1$, ta cần tính các giá tri:

$$f(-10); f(-9); \dots; f(0); f(1); f(2); \dots f(10).$$

Ta thực hiện như sau:

+ Nhấn phím $\boxed{MODE}$ nhấn tiếp phím $\boxed{7}$ để chọn chức năng $\boxed{Table}$.

+ Máy hỏi $f(x)=$, ta nhập vào biểu thức x^3-3x+1.

+ Máy hỏi $\boxed{Start\,?}$ ta nhập vào -10 (Giá trị đầu tiên của x)

+ Máy hỏi $\boxed{End\,?}$ ta nhập vào 10 (Giá trị cuối cùng của x)

+ Máy hỏi $\boxed{Step\,?}$ ta nhập vào 1 (Công sai)

Khi đó máy sẽ hiển thị bảng bảng các giá trị của $f(x)$ với $x=-10;\ -9; \dots; 9; 10$.

Chú ý: Chức năng Table giúp ta dự đoán tính đơn điệu của hàm số $f(x)$ trên một miền, tìm được nghiệm hoặc dự đoán nghiệm.

d) Gán biến:

Giả sử ta muốn gán số 5 cho biến a, ta thực hiện như sau:

+ Nhập vào số 5.

+ Nhấn các phím $\boxed{Shift}+\boxed{RCL}$ (Tức là gọi chức năng $\boxed{STO}$)

+ Nhấn phím $\boxed{(-)}$ (Phím ký tự A mà đỏ nằm phía trên phím dấu $(-)$.

Chú ý: Ta dùng chức năng gán biến nầy trong trường hợp khi giải phương trình bằng chức năng $\boxed{SOLVE}$ và được các nghiệm là các số thập phân (gần đúng), lúc nầy ta sẽ gán nghiệm thứ nhất cho A, gán nghiệm thức hai cho B;... Sau đó ta thực hiện các phép tính $A+B$; $A.B$; ...

3. Khả năng áp dụng của giải pháp:

- GV môn toán có thể áp dụng và phát triển các kỹ thuật nầy vào việc giảng dạy của mình. Cùng với việc sưu tầm các bài toán hay trên mạng, trên các sách tham khảo thì SKKN nầy sẽ giúp GV ứng dụng CNTT qua các phần mềm về toán sáng tạo ra các bài toán hay phù hợp trình độ HS của mình. Ứng dụng các kỹ thuật nầy sẽ giúp cho GV kiểm tra lại các bài toán mà GV sưu tầm được có đúng hay không, đây cũng là điều quan trọng vì trong 1 đề thi mà có vài câu sai thì uy tín của người thầy sẽ giảm sút.

- Để áp dụng được các kỹ thuật nầy thì GV phải bỏ ra chút thời gian để nghiên cứu, tìm hiểu về các phần mềm, nói chung là không quá khó, chỉ cần có kiến thức toán, kiến thức cơ bản về tin học và lòng say mê với công việc là thực hiện được.

- Người viết SKKN nầy mong muốn được chia sẻ với các bạn đồng nghiệp về phần mềm, tài liệu cũng như sẵn sàng cùng với SGD tập huấn cho GV.

- Trong SKKN nầy người viết chỉ trình bày một số vấn đề có tính chất minh họa để người đọc có thể hình dung được những lợi ích mà SKKN nầy có thể đem lại chứ không thể trình bày một cách thật đầy đủ được do khối lượng kiến thức là vô cùng lớn.

4. Hiệu quả thu được do áp dụng sáng kiến:

Qua thời gian giảng dạy ở các lớp ôn thi THPT quốc gia với nguồn đề do tôi sáng tạo ra dần dần tạo nên một thư viện lớn, đáp ứng khá đầy đủ cho việc ra đề thi, đề rèn luyện. Giúp cho HS tự tin trước kỳ thi THPT Quốc gia sắp đến.

- Học sinh học tập tích cực và hứng thú hơn.

- Phát huy được tính sáng tạo của học sinh.

- Học sinh trung bình không lo lắng về việc tính toán.

- Nâng cao tỉ lệ đỗ vào các trường đại học chất lượng cao.

5. Những người tham gia tổ chức áp dụng sáng kiến lần đầu:

- Tập thể giáo viên tổ Toán của nhà trường.

- Chia sẽ cho các giáo viên toán của nhiều trường THPT của tỉnh.

- Nhiều chuyên đề trong SKKN nầy đã được đăng trên Facebook được đông đảo học sinh và giáo viên trên cả nước ủng hộ.

Bến Tre, ngày 10 tháng 3 năm 2017